I. 以下の問いに答えなさい。

(i) 1から1000までの整数のうち，2, 3, 5の少なくとも2つで割り切れる数は $\boxed{(1)\ (2)\ (3)}$ 個あり，また，2, 3, 5の少なくとも1つで割り切れ，かつ6で割り切れない数は $\boxed{(4)\ (5)\ (6)}$ 個ある。

(ii) xを変数とする2次方程式 $x^2 + (2\sqrt{2}\cos\theta)x + \sqrt{2}\sin\theta = 0$ が異なる2つの実数解をもつような実数θの範囲は

$$\boxed{\quad (ア) \quad}$$

である。

(iii) 放物線上の点Pにおける法線とは，点Pを通り点Pにおける接線に垂直な直線である。放物線 C_1 : $y = x^2$ 上の点 $\mathrm{P}(a, a^2)$（ただし $a \neq 0$ とする）における法線の方程式は

$$y = \boxed{\quad (イ) \quad}$$

である。

また，実数p, qに対し，放物線 C_2 : $y = -(x-p)^2 + q$ 上のある点における法線が，放物線 C_1 上の点 $(1, 1)$ における法線と一致するとき，pとqについて

$$q = \boxed{\quad (ウ) \quad}$$

という関係式が成り立つ。

II. 点Oを原点とするxyz座標空間に，2点$\mathrm{A}(2,3,1)$，$\mathrm{B}(-2,1,3)$をとる。また，x座標が正の点Cを，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$が$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$と$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$に垂直で，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right| = 8\sqrt{3}$となるように定める。

(i) △OABの面積は $\boxed{(7)}\sqrt{\boxed{(8)}}$ である。

(ii) 点Cの座標は $\left(\boxed{(9)},\ \boxed{(10)\ (11)},\ \boxed{(12)}\right)$ である。

(iii) 四面体OABCの体積は $\boxed{(13)\ (14)}$ である。

(iv) 平面ABCの方程式は

$$x + \boxed{(15)}\,y + \boxed{(16)}\,z - \boxed{(17)\ (18)} = 0$$

である。

(v) 原点Oから平面ABCに垂線OHを下ろしたとき，点Hの座標は

$$\left(\frac{\boxed{(19)}}{\boxed{(20)\ (21)}},\ \frac{\boxed{(22)}}{\boxed{(23)}},\ \frac{\boxed{(24)\ (25)}}{\boxed{(26)\ (27)}}\right)$$

である。

III. mを実数とし，関数$y=|x^2-5x+4|$のグラフをC，直線$y=mx$をℓとする。

(i) グラフCと直線ℓの共有点の個数は

$\boxed{(28)\ (29)} < m < \boxed{(30)}$ のとき0個，

$m = \boxed{(31)\ (32)}$ のとき1個，

$m < \boxed{(33)\ (34)}$，$m = \boxed{(35)}$，または$m > \boxed{(36)}$ のとき2個，

$m = \boxed{(37)}$ のとき3個，

$\boxed{(38)} < m < \boxed{(39)}$ のとき4個

である。

以下，グラフCと直線ℓの共有点の個数が3個の場合を考え，グラフCと直線ℓの共有点を，x座標が小さい順にP，Q，Rとする。

(ii) 3点P，Q，Rのx座標は，順に

$$\boxed{(40)} - \sqrt{\boxed{(41)}},\quad \boxed{(42)},\quad \boxed{(43)} + \sqrt{\boxed{(44)}}$$

である。

(iii) グラフCと線分QRで囲まれた部分の面積は

$$\frac{-\boxed{(45)} + \boxed{(46)\ (47)}\sqrt{\boxed{(48)}}}{\boxed{(49)}}$$

である。

IV. ある金属1グラムの価格は正の実数値をとり，ある日の価格は前日に比べ，確率 $\frac{1}{2}$ で1.08倍になり（上昇），確率 $\frac{1}{2}$ で0.96倍になる（下落）。この金属の今日（0日目とする）の価格を A として，以下の問いに答えなさい。ただし必要ならば，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ を用いなさい。

(i) 10日目の価格が A よりも高くなるのは，$\boxed{(50)}$ 日以上で価格が上昇したときである。

また，そのような確率は

$$\frac{\boxed{(51)\ (52)}}{\boxed{(53)\ (54)}}$$

である。

(ii) 5日目の価格が A よりも低かったとき，10日目の価格が A よりも高い確率は

$$\frac{\boxed{(55)\ (56)}}{\boxed{(57)\ (58)}}$$

である。

(iii) 10日目の価格が A よりも高かったとき，1日目と2日目のうち少なくとも1回は価格が下落していた確率は

$$\frac{\boxed{(59)\ (60)\ (61)}}{\boxed{(62)\ (63)\ (64)}}$$

である。